

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki

Katedra Technologii Energetycznych

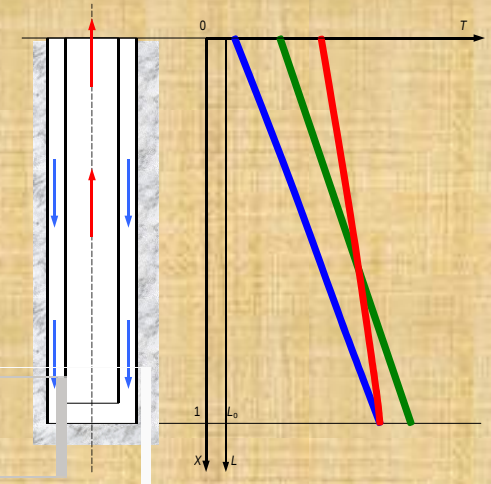
**POZYSKANIE CIEPŁA GEOTERMALNEGO Z OPUSZCZONYCH
ODWIERTÓW – WYKORZYSTANIE MODELU MATEMATYCZNEGO
WYMIENNIKA TYPU FIELD PRZY TRZECH ZRÓŻNICOWANYCH
PARAMETRYCZNIE CZĘŚCIACH WYMIENNIKA WYNIKAJĄCYCH
Z RÓŻNEJ IZOLACYJNOŚCI RURY WEWNĘTRZNEJ**

dr hab. inż. Tomasz KUJAWA, prof. ZUT
dr hab. inż. Sławomir WIŚNIEWSKI

- 1) **Geotermalne ciepłownie i elektrociepłownie** – praca najczęściej w układach **dwuotworowych** z otworami wydobywczym i zatłaczającym.
 - posiadamy modele obliczeniowe na podstawie których, z dostateczną dokładnością, określimy **temperaturę wody geotermalnej wydobywanej** na powierzchnię ziemi lub **temperaturę zatłaczanej wody geotermalnej** na poziomie złoża,
 - przy stosunkowo **dużych strumieniach masy wydobywanej wody** zmiany **temperatury wody geotermalnej** w przewodzie wydobywczym i zatłaczającym są **stosunkowo małe**,
 - wada **układów dwuotworowych** to stosunkowo **wysoki udział kosztów wiercenia** otworów w stosunku do całkowitych kosztów inwestycyjnych (**od 50% do 75%** kosztów całkowitych projektu geotermalnego)
 - **koszt rośnie gwałtownie wraz z głębokością** wiercenia otworu.

- 2) **Koszt inwestycyjny** możemy odpowiednio zmniejszyć, stosując **jednootworowe systemy wydobywczo-zatłaczające**, wierząc **jeden otwór** lub wykorzystując **istniejące pojedyncze otwory** (związane z poszukiwaniem ropy naftowej, gazu ziemnego, otwory badawcze).
- 2) **Możliwość wykorzystania** zamkniętych z eksploatacji szybów naftowych, których dalsza eksploatacja nie ma uzasadnienia ekonomicznego. Ocenia się, że na świecie jest **ok. 20–30 milionów** porzuconych szybów naftowych, w Polsce **kilka tysięcy** zlikwidowanych głębokich otworów wiertniczych.
 - opuszczone odwierty: dość **duża głębokość** i **korzystny profil temperaturowy**, co stanowi realną zachętę dla inwestorów do ich wykorzystania.
 - średni koszt wiercenia otworu wiertniczego o głębokości około **3000 m w Polsce** wynosi **4,5-5,5 mln USD**, gdzie **koszt modernizacji porzuconego odwiertu** jest się w granicach **200 000 EUR (ok. 225 000 USD)**, stąd wykorzystanie istniejącego otworu może być **minimum 22 razy tańsze** niż wiercenie nowego.

- **Odwierty możemy odpowiednio wykorzystać**, wprowadzając do nich **wymiennik ciepła typu rura w rurze** z czynnikiem pośrednim odbierający ciepło z formacji skalnej – wymiennik ten nazywany jest **wymiennikiem typu Field**, otworowym współosiowym wymiennikiem ciepła (**OWWC**) lub geotermalnym otworowym współosiowym wymiennikiem ciepła (**GOWWC**).



Rys.1. Wymiennik typu rura w rurze zwany wymiennikiem typu Field

Model matematyczny wymiennika typu Field

V Seminarium Geoenergetyka i Geotermalne Pompy Ciepła
Kraków-Cudzynowice-Kazimierza Wielka, 9-11 grudnia 2025

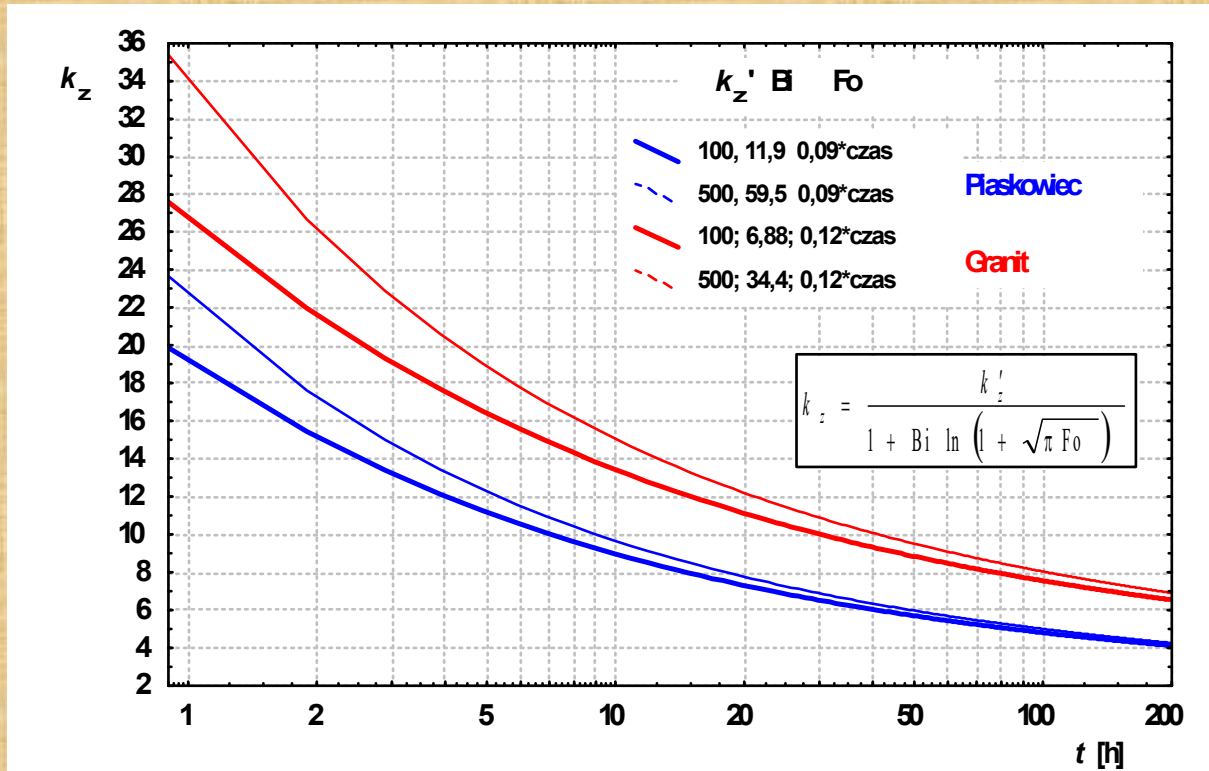
Równanie bilansu energii: $\dot{E}_d = \Delta \dot{E} + \dot{E}_W$

Ustalona wymiana ciepła: $\dot{E}_d = \dot{E}_W$

Quasi ustalona wymiana ciepła:

$$d\dot{Q} = k_z(\tau)(T_{gruntu} - T_{czynnika})dA$$

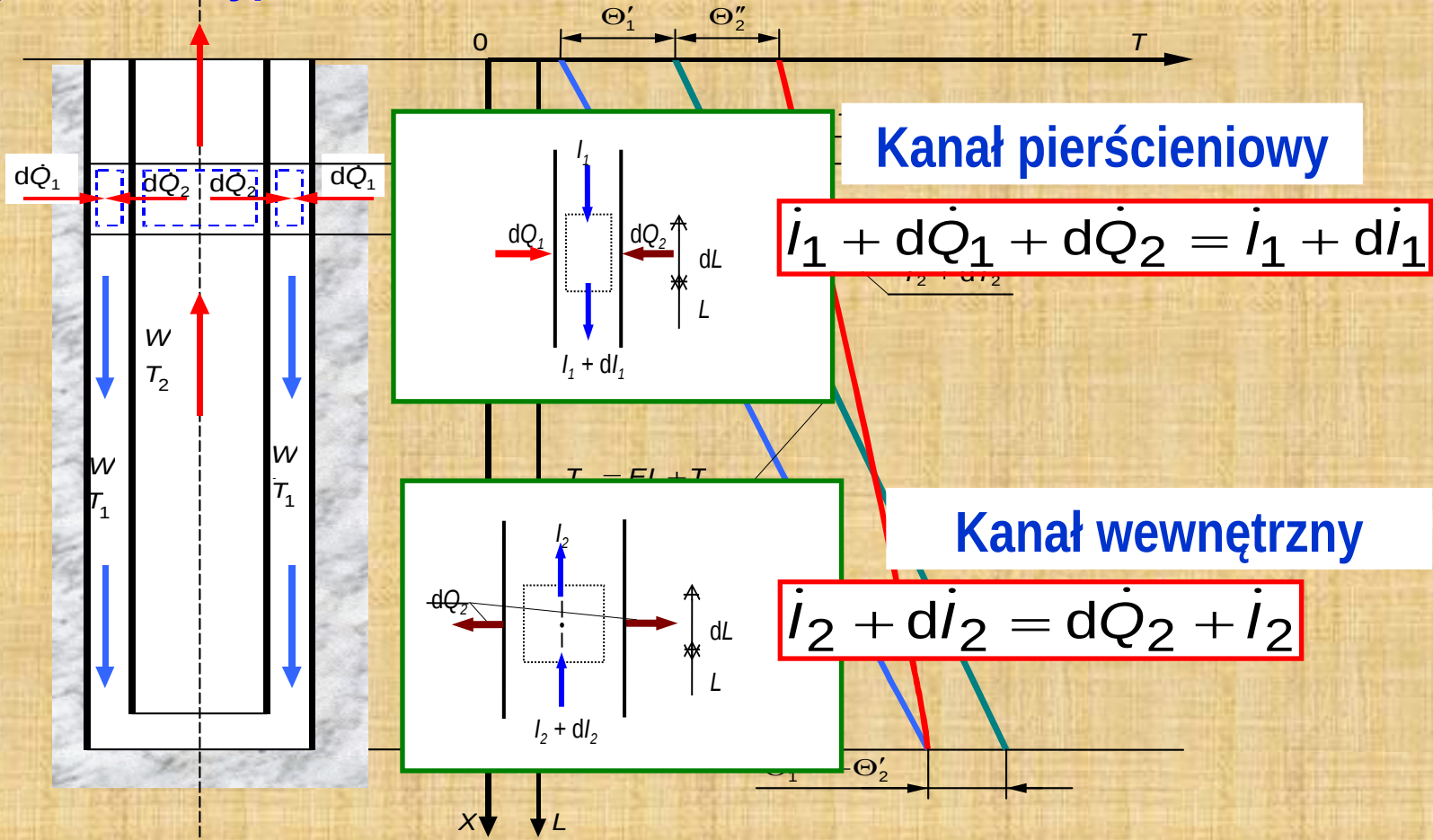
Model matematyczny wymiennika typu Field



Rys. 2. Wpływ czasu eksploatacji odwiertu na zmianę wartości zastępczego współczynnika przekazywania ciepła dla piaskowca i granitu

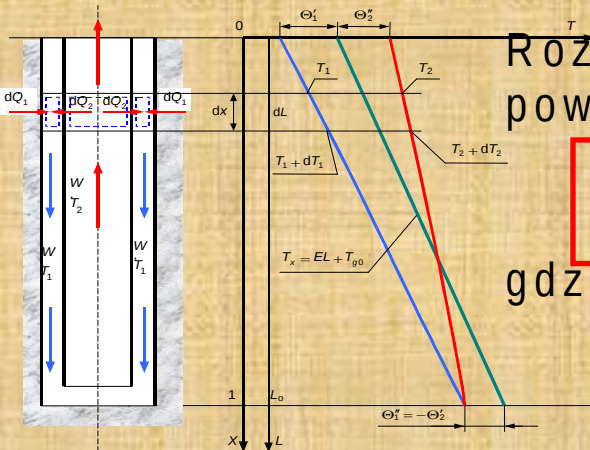
Model matematyczny wymiennika typu Field

V Seminarium Geoenergetyka i Geotermalne Pompy Ciepła
Kraków-Cudzynowice-Kazimierza Wielka, 9-11 grudnia 2025



Model matematyczny wymiennika typu Field

V Seminarium Geoenergetyka i Geotermalne Pompy Ciepła
Kraków-Cudzynowice-Kazimierza Wielka, 9-11 grudnia 2025



Rozpisując te równania i odnosząc je do elementarnej powierzchni otrzymano następujące zależności:

$$K_z (T_0 - T_1) dX + K_w [(T_2 - T_x) + (T_x - T_1)] dX = \dot{W}_1 dT_1, \quad (1)$$

$$\dot{W}_2 dT_2 = K_w [(T_2 - T_x) + (T_x - T_1)] dX, \quad (2)$$

gdzie $\dot{W}_1 = \dot{m}_1 c_p$, $X = L/L_0$, $K_z = k_z \pi D_z L_0$, $K_w = k_w \pi D_w L_0$.

Po wprowadzeniu $\Theta_1 = T_x - T_1$, $\Theta_2 = T_2 - T_x$, $\dot{W} = \dot{W}_1 = \dot{W}_2$, $a = \frac{K_w}{\dot{W}}$,

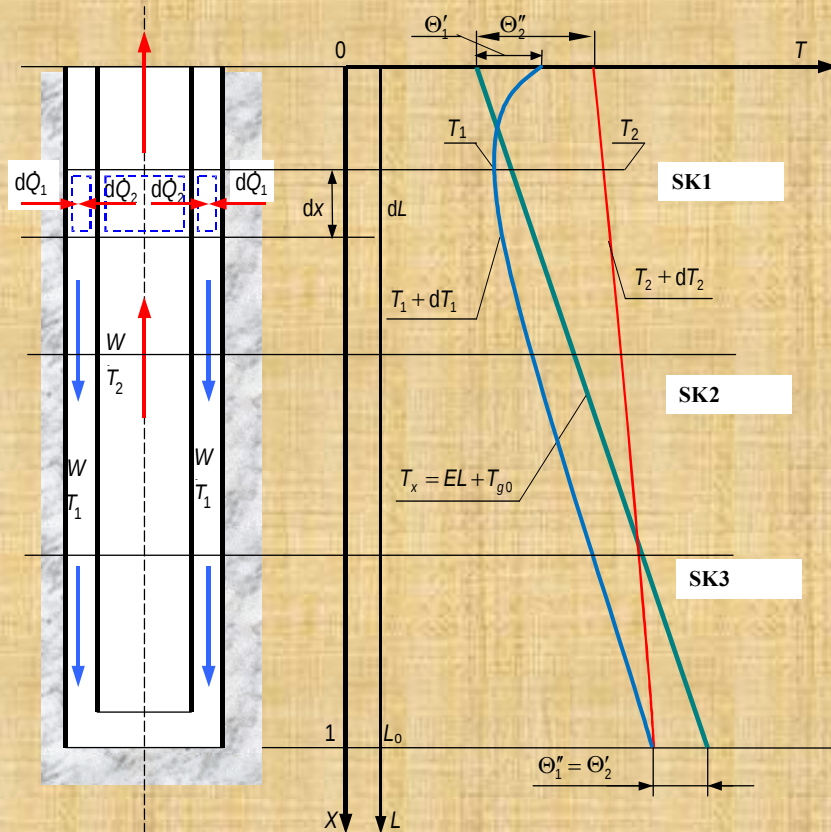
$b = \frac{K_z + K_w}{\dot{W}}$, $E^* = EL_0$ jak również wykonując szereg przekształceń otrzymujemy:

$$\frac{d\Theta_1}{dX} = -b\Theta_1 - a\Theta_2 + E^* \quad (3)$$

$$\frac{d\Theta_2}{dX} = a\Theta_1 + a\Theta_2 - E^* \quad (4)$$

Model matematyczny wymiennika typu Field

V Seminarium Geoenergetyka i Geotermalne Pompy Ciepła
Kraków-Cudzynowice-Kazimierza Wielka, 9-11 grudnia 2025



- temp. gruntu
- temp. w kanale kołowym
- temp. w kanale pierścieniowym

Rys. 1. Schemat pionowego geotermalnego wymiennika ciepła typu Field wraz z polem temperatur nośnika ciepła: SK1 – pierwsza część, SK2 – druga część, SK3 – trzecia część.

Stosując metodę d`Alamberta i wykonując szereg przekształceń otrzymano następujące równania opisujące pole temperatur w wymienniku:

$$\begin{aligned} & \dots \end{aligned} \tag{5}$$




$$\begin{aligned} & \dots \end{aligned} \tag{6}$$

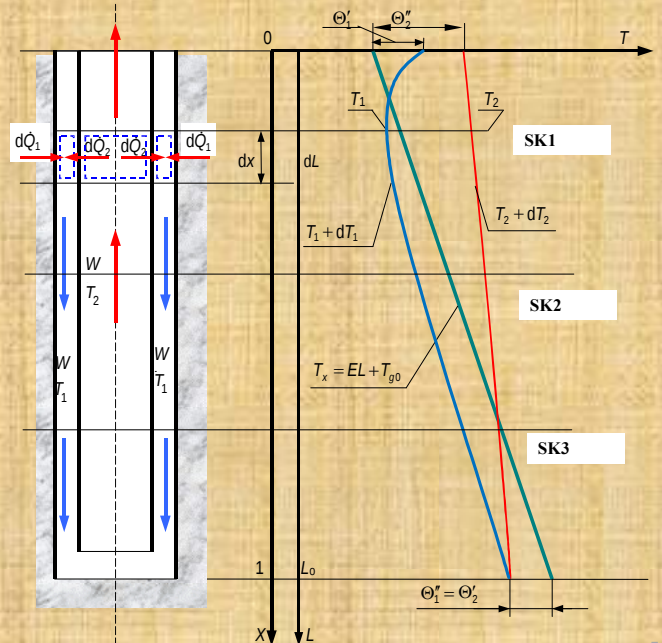
gdzie: \dots , $\frac{q_i}{p_i} = \frac{b + v_i^2}{a}$, a $i = 1, 2$.

Gdy są zróżnicowane trzy części wymiennika (**pod względem współczynnika przekazywania ciepła od strony wewnętrznej**), w której znajduje się **GWC**, uzasadnione jest uwzględnienie tego faktu przy modelowaniu wymiennika i zastosowanie podziału wymiennika na **trzy części**.

Stąd też taki podział zrealizowano.

Przyjęto, że **każda z trzech części** wymiennika znajduje się w **masywie skalnym/geotermalnym**, którego **temperatura zmienia się liniowo**.

-  temp. gruntu
-  temp. w kanale kołowym
-  temp. w kanale pierścieniowym



Na podstawie równań bilansu wymiennika dla czynnika płynącego w kanale pierścieniowym oraz w kanale wewnętrznym w **części pierwszej**, po uwzględnieniu równań wymiany ciepła i po wprowadzeniu oznaczeń:

$$\dot{W} = \dot{m}c_p \quad K_w^{SK1} = k_w^{SK1} \pi D_2 L_0 \quad K_z = k_z \pi D_1 L_0 \quad b^{SK1} = (K_w^{SK1} + K_z) / \dot{W} \quad a^{SK1} = K_w^{SK1} / \dot{W}$$

$$\Theta_1^{SK1} = T_1^{SK1} - T_x \quad \Theta_2^{SK1} = T_2^{SK1} - T_x \quad T_x = EX + T_{g0}$$

otrzymano następujący układ równań różniczkowych rzędu pierwszego:

$$\frac{d\Theta_1}{dX} = -b\Theta_1 - a\Theta_2 + E$$

$$\frac{d\Theta_2}{dX} = a\Theta_1 + a\Theta_2 - E$$

Rozwiązanie tego układu równań **dla pierwszej części** po zastosowaniu metody d’Alamberta przyjmuje postać:

$$\Theta_1^{SK1} = -C_2^{SK1} \exp(v_2^{2SK1} X) + C_1^{SK1} \exp(v_1^{2SK1} X)$$
$$\Theta_2^{SK1} = C_2^{SK1} \left(\frac{q_2}{p_2} \right)^{SK1} \exp(v_2^{2SK1} X) - C_1^{SK1} \left(\frac{q_1}{p_1} \right)^{SK1} \exp(v_1^{2SK1} X) + \frac{E}{a^{SK1}}$$

gdzie:

$$v_i^{2SK1} = 0,5 \left(K_z / \dot{W} \right) \left[-1 \pm \sqrt{1 + 4 \left(K_w^{SK1} / K_z \right)} \right], \quad (q_i / p_i)^{SK1} = - \left(v_i^{2SK1} + b^{SK1} \right) / a^{SK1} \quad \mathbf{a} \quad i = 1, 2$$

$$a^{SK1} = K_w^{SK1} / \dot{W}$$

Rozwiązanie tego układu równań **dla drugiej części** po zastosowaniu metody d'Alamberta przyjmuje postać:

$$\Theta_1^{SK2} = -C_2^{SK2} \exp(\nu_2^{2SK2} X) + C_1^{SK2} \exp(\nu_1^{2SK2} X)$$

$$\Theta_2^{SK2} = C_2^{SK2} \left(\frac{q_2}{p_2} \right)^{SK2} \exp(\nu_2^{2SK2} X) - C_1^{SK2} \left(\frac{q_1}{p_1} \right)^{SK2} \exp(\nu_1^{2SK2} X) + \frac{E}{a^{SK2}}$$

gdzie:

$$\nu_i^{2SK2} = 0,5 \left(K_z / \dot{W} \right) \left[-1 \pm \sqrt{1 + 4 \left(K_w^{SK2} / K_z \right)} \right], \quad (q_i / p_i)^{SK2} = - \left(\nu_i^{2SK2} + b^{SK2} \right) / a^{SK2} \quad \mathbf{a} \quad i = 1, 2$$

$$K_w^{SK2} = k_w^{SK2} \pi D_2 L_0 \quad b^{SK2} = \left(K_w^{SK2} + K_z \right) / \dot{W} \quad a^{SK2} = K_w^{SK2} / \dot{W} \quad \Theta_1^{SK2} = T_1^{SK2} - T_x \quad \Theta_2^{SK2} = T_2^{SK2} - T_x$$

Rozwiązanie tego układu równań **dla trzeciej części** po zastosowaniu metody d'Amberta przyjmuje postać:

$$\Theta_1^{SK3} = -C_2^{SK3} \exp(v_2^{2SK3} X) + C_1^{SK3} \exp(v_1^{2SK3} X)$$

$$\Theta_2^{SK3} = C_2^{SK3} \left(\frac{q_2}{p_2} \right)^{SK3} \exp(v_2^{2SK3} X) - C_1^{SK3} \left(\frac{q_1}{p_1} \right)^{SK3} \exp(v_1^{2SK3} X) + \frac{E}{a^{SK3}}$$

gdzie:

$$v_i^{2SK3} = 0,5 \left(K_z / \dot{W} \right) \left[-1 \pm \sqrt{1 + 4 \left(K_w^{SK3} / K_z \right)} \right], \quad (q_i / p_i)^{SK3} = - \left(v_i^{2SK3} + b^{SK3} \right) / a^{SK3} \quad \mathbf{a} \quad i = 1, 2$$

$$K_w^{SK3} = k_w^{SK3} \pi D_2 L_0 \quad b^{SK3} = \left(K_w^{SK3} + K_z \right) / \dot{W} \quad a^{SK3} = K_w^{SK3} / \dot{W} \quad \Theta_1^{SK3} = T_1^{SK3} - T_x \quad \Theta_2^{SK3} = T_2^{SK3} - T_x$$

jeżeli $X = 0$, to $\Theta_1^{SK1} = \Theta_1'^{SK1}$ (A)

jeżeli $X = X_{SK1-SK2}$, to $\Theta_1^{SK1} = \Theta_1^{SK2}$ (B)

jeżeli $X = X_{SK1-SK2}$, to $\Theta_2^{SK1} = \Theta_2^{SK2}$ (C)

jeżeli $X = X_{SK2-SK3}$, to $\Theta_1^{SK2} = \Theta_1^{SK3}$ (D)

jeżeli $X = X_{SK2-SK3}$, to $\Theta_2^{SK2} = \Theta_2^{SK3}$ (E)

jeżeli $X = 1$, to $\Theta_2^{SK3'} = \Theta_1^{SK3''}$ (F)

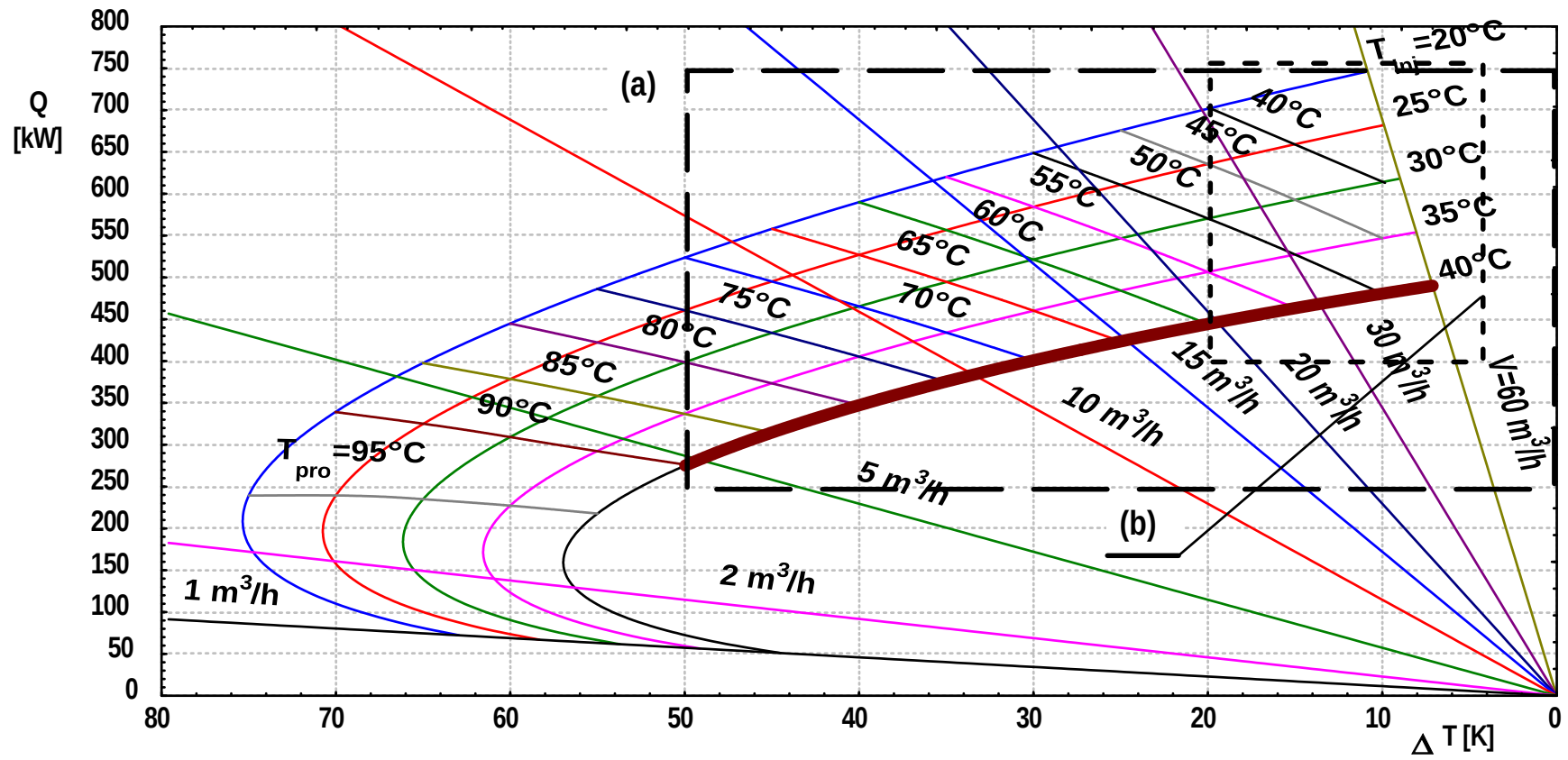
Należy zwrócić uwagę, że **długość całkowita geotermalnego wymiennika ciepła** L_0 równa jest sumie długości wymiennika części pierwszej, drugiej i trzeciej części (L_{SK1} , L_{SK2} i L_{SK3}):

$$L_0 = L_{SK1} + L_{SK2} + L_{SK3}$$

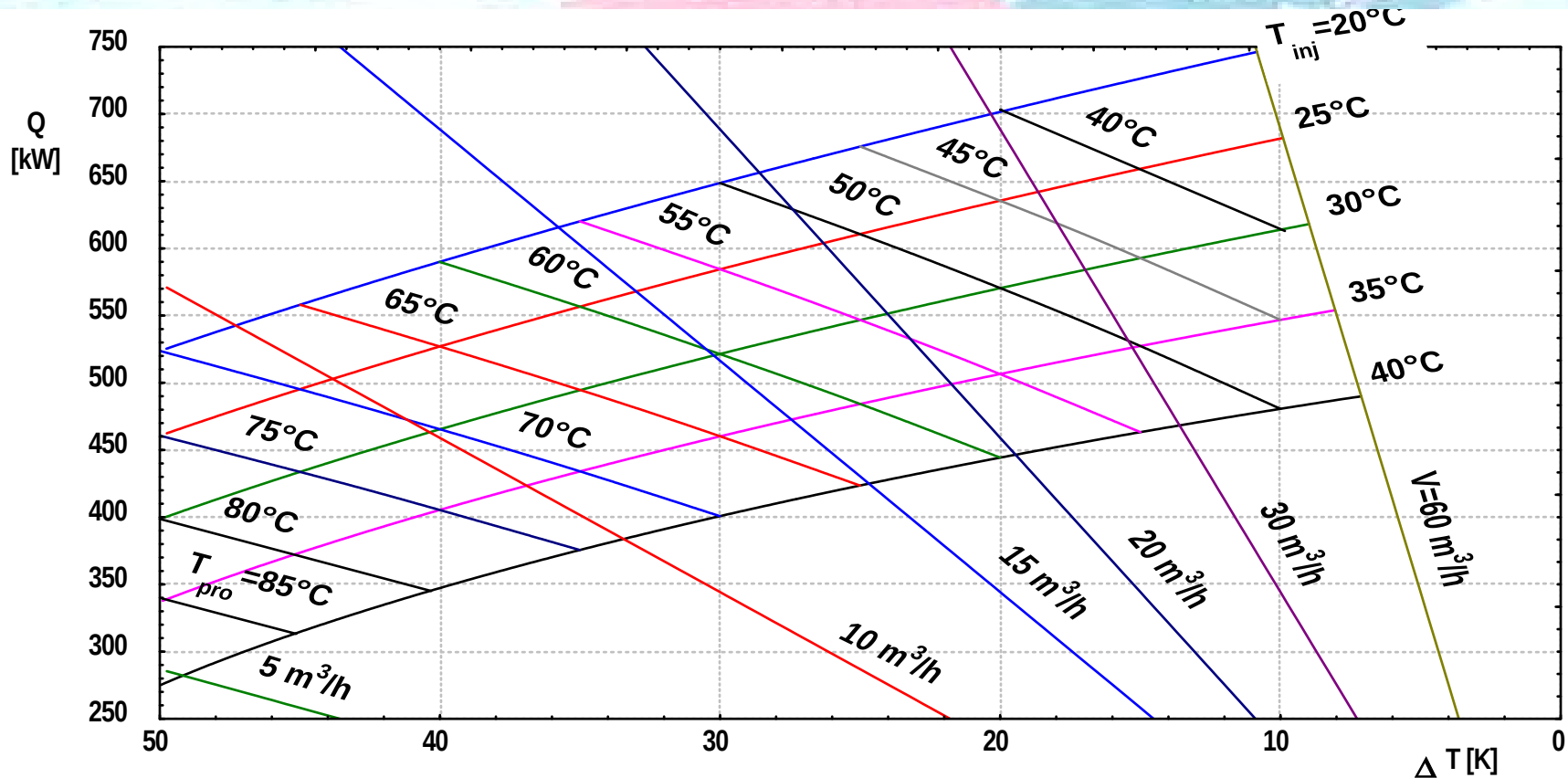
Strumień odbieranego ciepła obliczamy ze wzoru:

$$\dot{Q} = \dot{W} \Delta T = \dot{W} (\Theta''_2 - \Theta'_1)$$

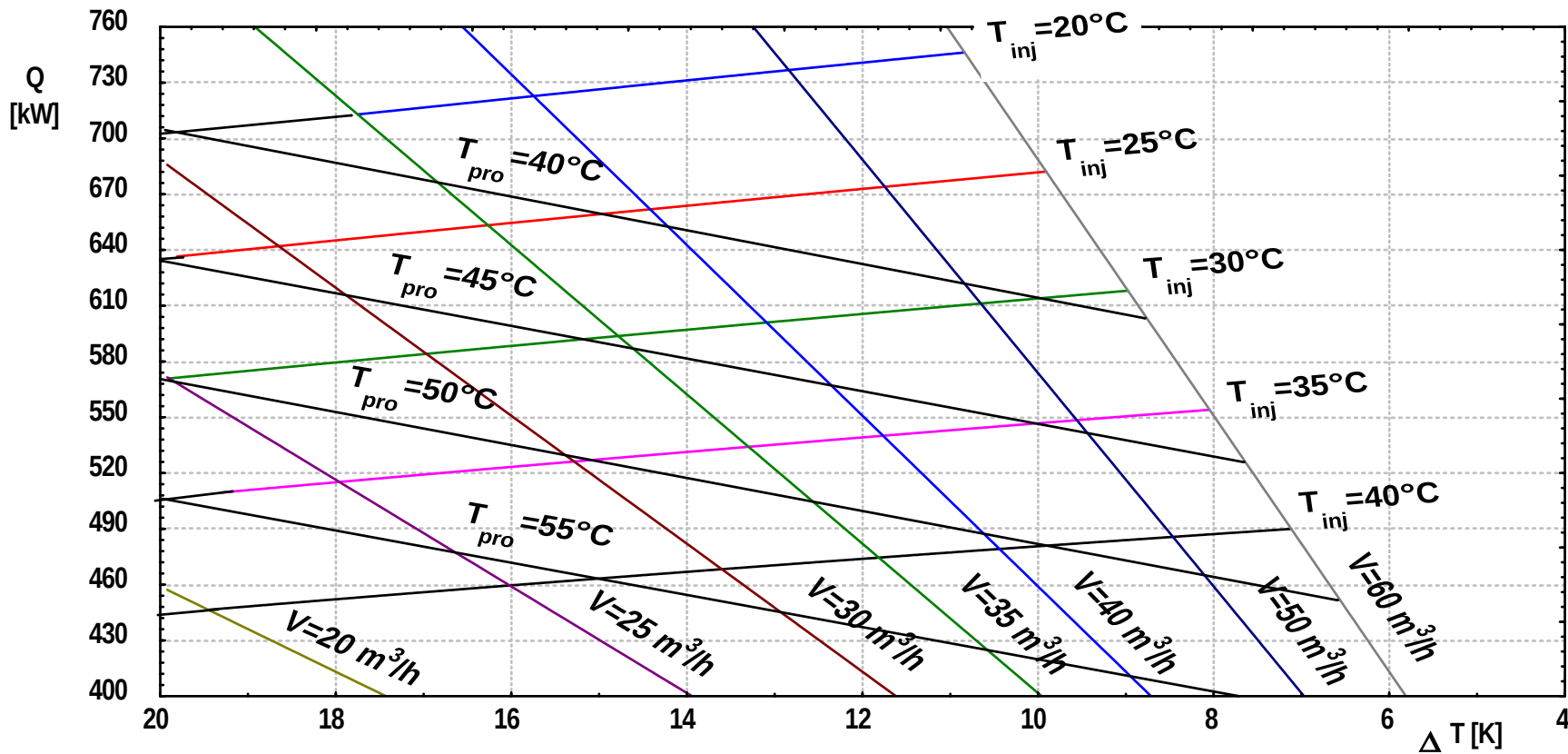
Możliwości pozyskiwania energii z wymiennika geotermicznego o długości 4000m z wydzielonymi obszarami współpracy wymiennik geotermiczny – sieć ciepłownicza dla przrostu temperatur: (a) $\Delta T = 0-50$ K. (b) $\Delta T = 4-20$ K



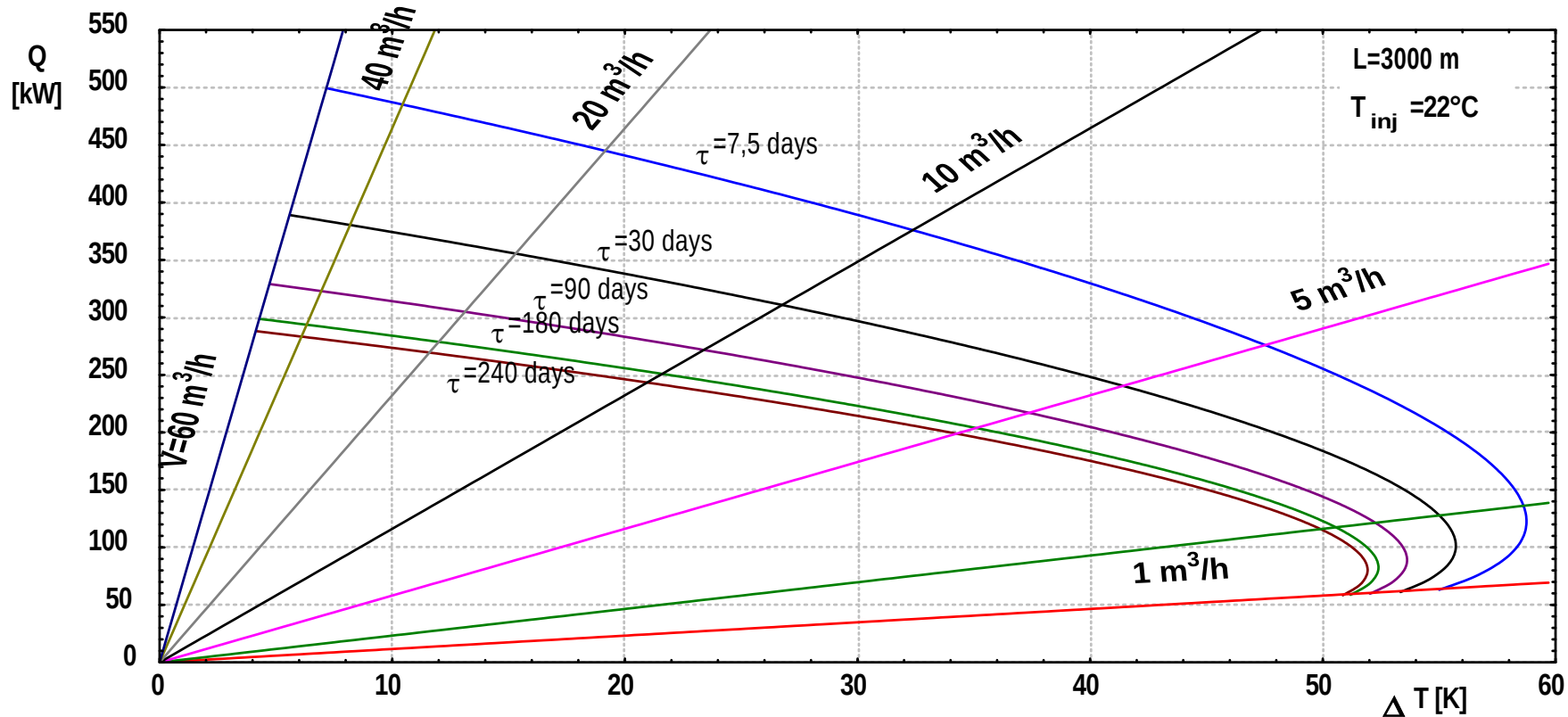
Możliwości pozyskiwania energii z wymiennika geotermicznego o długości 4000m z wydzielonymi obszarami współpracy wymiennik geotermiczny – sieć ciepłownicza dla przyrostu temperatury: $\Delta T = 0-50$ K



Możliwości pozyskiwania energii z wymiennika geotermicznego o długości 4000m z wydzielonymi obszarami współpracy wymiennik geotermiczny-sieć ciepłownicza dla przyrostu temperatury: $\Delta T = 4-20$ K



Wpływ strumienia przepływającej wody V , czasu pracy wymiennika τ i różnicy temperatur ΔT na kształtowanie się strumienia ciepła Q pozyskiwanego z gruntu



Dziękuję za uwagę!

ZUT w Szczecinie
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki
Katedra Technologii Energetycznych
al. Piastów 17, 70-310 Szczecin
mail: tomasz.kujawa@zut.edu.pl
tel.: 504 209 500



Zachodniopomorski
Uniwersytet
Techniczny
w Szczecinie