



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE
AGH UNIVERSITY OF KRAKOW

Podójście statystyczne do analizy testów reakcji termicznej

mgr inż. Krzysztof Seńczuk,
mgr inż. Bartosz Majewski,
dr hab. inż. Aneta Sapińska-Śliwa, prof. AGH

V Seminarium Geoenergetyka i geotermalne pompy ciepła
9 – 11 grudnia 2025 r.



UCZELNIA
BADAWCZA
INICJATYWA DOSKONALOSCI

Podójście statystyczne do analizy testów reakcji termicznej

Agenda:

1. Informacje ogólne
2. ANOVA
3. Przedstawienie badanych modeli i najważniejsze wyniki
4. Wnioski

1. Informacje ogólne

- Analizy statystyczne oparto o wyniki interpretacji testów reakcji termicznej wykonanych trzema metodami oraz z uwzględnieniem trzech przedziałów czasowych dla 18 otworów (zlokalizowanych na terenie pałacyku w Młoszowej).
- Metody wykorzystane do interpretacji wyników TRT to metoda: klasyczna, punktowa i stałej rezystywności otworu.

Metoda klasyczna

Wyznacza się:

- efektywny współczynnik przewodnictwa cieplnego: $\lambda_{ef} = \frac{P_{sr}}{4 \cdot \pi \cdot H \cdot k}$ [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]

k – współczynnik nachylenia prostej określany za pomocą regresji liniowej na wykresie $\ln(t)$ i temperatury średniej.

- efektywny współczynnik dyfuzyjności cieplnej: $\alpha_{ef} = \frac{\lambda_{ef}}{c_v}$ [m^2/s]
- określenie punktów charakterystycznych: $t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$. $t_2 = 5 \cdot r^2 \cdot \alpha^{-1}$, $t_3 = 20 \cdot r^2 \cdot \alpha^{-1}$
- oporność cieplną górotworu: $R_q = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{ef}} \cdot \left[\ln \left(\frac{4 \cdot \alpha \cdot t}{r_b^2} \right) + \frac{r_b^2}{4 \cdot \alpha \cdot t} - \gamma \right]$ [$\frac{m \cdot K}{W}$]
- oporność cieplna otworowego wymiennika:

$$R_b = \frac{1}{q} \cdot [T_{sr}(t) - T_0] - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{ef}} \cdot \left[\ln \frac{4 \cdot \alpha \cdot t}{r_b^2} + \frac{r_b^2}{4 \cdot \alpha \cdot t} - \gamma \right] \left[\frac{m \cdot K}{W} \right]$$

Metoda punktowa

Wyznacza się:

- efektywny współczynnik przewodzenia ciepła skał:

$$\lambda_{ef} = \frac{\frac{q}{4 \cdot \pi} \cdot \left[\ln \left(\frac{t_{end}}{t_{beg}} \right) + \frac{r_b^2 (t_{end} - t_{beg})}{4 \cdot \alpha \cdot t_{beg} \cdot t_{end}} \right]}{T(t_{end}) - T(t_{beg})} [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$$

- efektywny współczynnik dyfuzyjności cieplnej: $\alpha_{ef} = \frac{\lambda_{ef}}{c_v} [m^2/s]$

- określenie punktów charakterystycznych: $t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$. $t_2 = 5 \cdot r^2 \cdot \alpha^{-1}$, $t_3 = 20 \cdot r^2 \cdot \alpha^{-1}$

- opór cieplny otworu: $R_q = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \left[\ln \left(\frac{4 \cdot \alpha \cdot t}{r_b^2} \right) + \frac{r_b^2}{4 \cdot \alpha \cdot t} - \gamma \right] \left[\frac{m \cdot K}{W} \right]$

- opór cieplny otworowego wymiennika:

$$R_b = \frac{1}{q} \cdot [T_{sr}(t) - T_0] - R_q \left[\frac{m \cdot K}{W} \right]$$

Metoda stałej rezystywności otworu

Metoda, w której czas trwania testu nie wpływa w znaczący sposób na wyniki. Można to przedstawić za pomocą zależności:

dla $k \sim 0$, $\lambda_{ef} = \lambda$

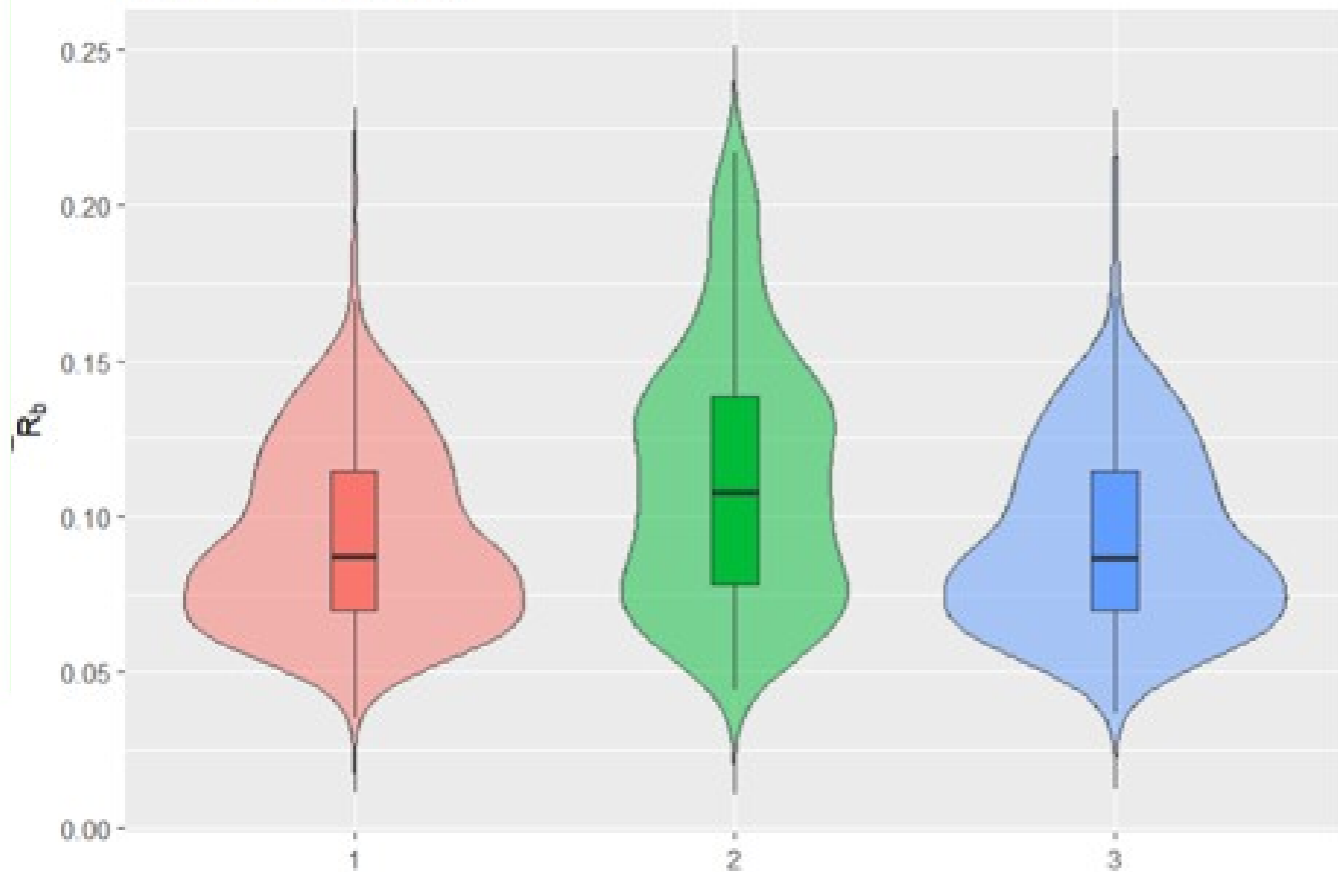
$$R_b(t) = \frac{1}{q} \cdot [T_{sr}(t) - T_0] - \frac{R_b = kt + b}{4 \cdot \pi \cdot \lambda_{ef}} \cdot \left[\ln \left(\frac{4 \cdot \alpha \cdot t}{r_b^2} \right) + \frac{r_b^2}{4 \cdot \alpha \cdot t} - \gamma \right] = b$$

$$\lambda_{ef} = \frac{P_{sr}}{4 \cdot \pi \cdot H \cdot k} \rightarrow k = \frac{P_{sr}}{4 \cdot \pi \cdot H \cdot \lambda_{ef}}$$

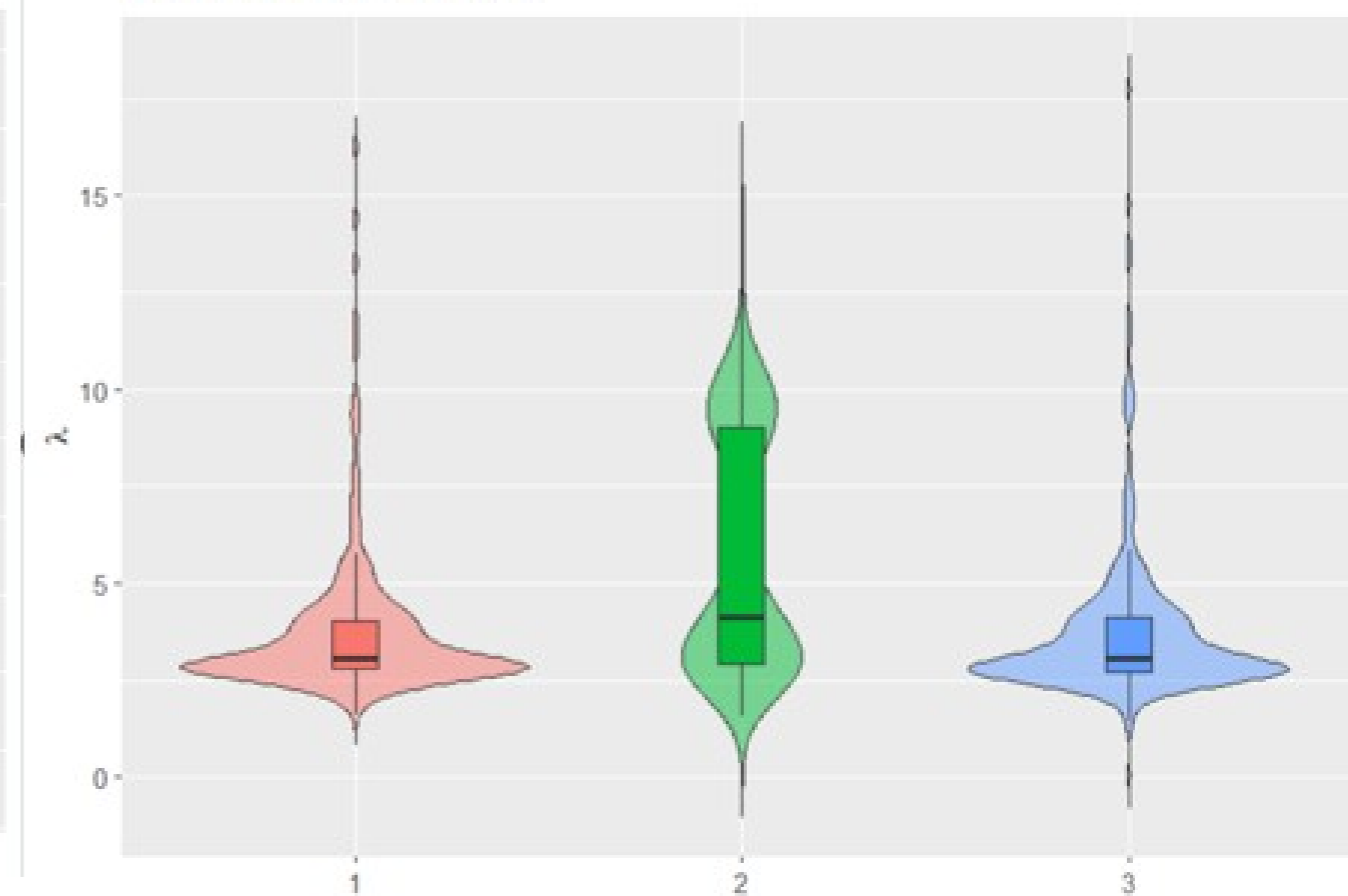
$$b = R_b(t) = \frac{1}{q} \cdot [T_{sr}(t) - T_0] \left[\frac{m \cdot K}{W} \right]$$

Numer otworu	Liczba wykonanych testów	Rodzaj konstrukcji	Liczba wyników otrzymanych dla otworu
Otwór 1 (2c)	5	Układ centryczny	45 (5x9)
Otwór 2 (3c)	6	Układ centryczny	54 (6x9)
Otwór 3 (4c)	6	Układ centryczny	54 (6x9)
Otwór 4 (5c)	7	Trój rurkowy	63 (7x9)
Otwór 5 (10c)	6	Trój rurkowy	54 (6x9)
Otwór 6 (12c)	6	Pojedyncza U-rurka	54 (6x9)
Otwór 7 (13c)	5	Podwójna U-rurka	45 (5x9)
Otwór 8 (14c)	6	Układ centryczny	54 (6x9)
Otwór 9 (15c)	9	Trój rurkowy	81 (9x9)
Otwór 10 (16c)	7	Trój rurkowy	63 (7x9)
Otwór 11(17c)	9	Podwójna U-rurka	81 (9x9)
Otwór 12 (18c)	9	Pojedyncza U-rurka	81 (9x9)
Otwór 13 (19c)	5	Układ centryczny	45 (5x9)
Otwór 14 (20c)	6	Układ centryczny	54 (6x9)
Otwór 15 (21c)	6	Trój rurkowy	54 (6x9)
Otwór 16 (23 c)	5	Układ centryczny	45 (5x9)
Otwór 17 (25c)	6	Układ centryczny	54 (6x9)
Otwór 18 (34c)	6	Układ centryczny	54 (6x9)

Violin: $R_b \sim$ metoda

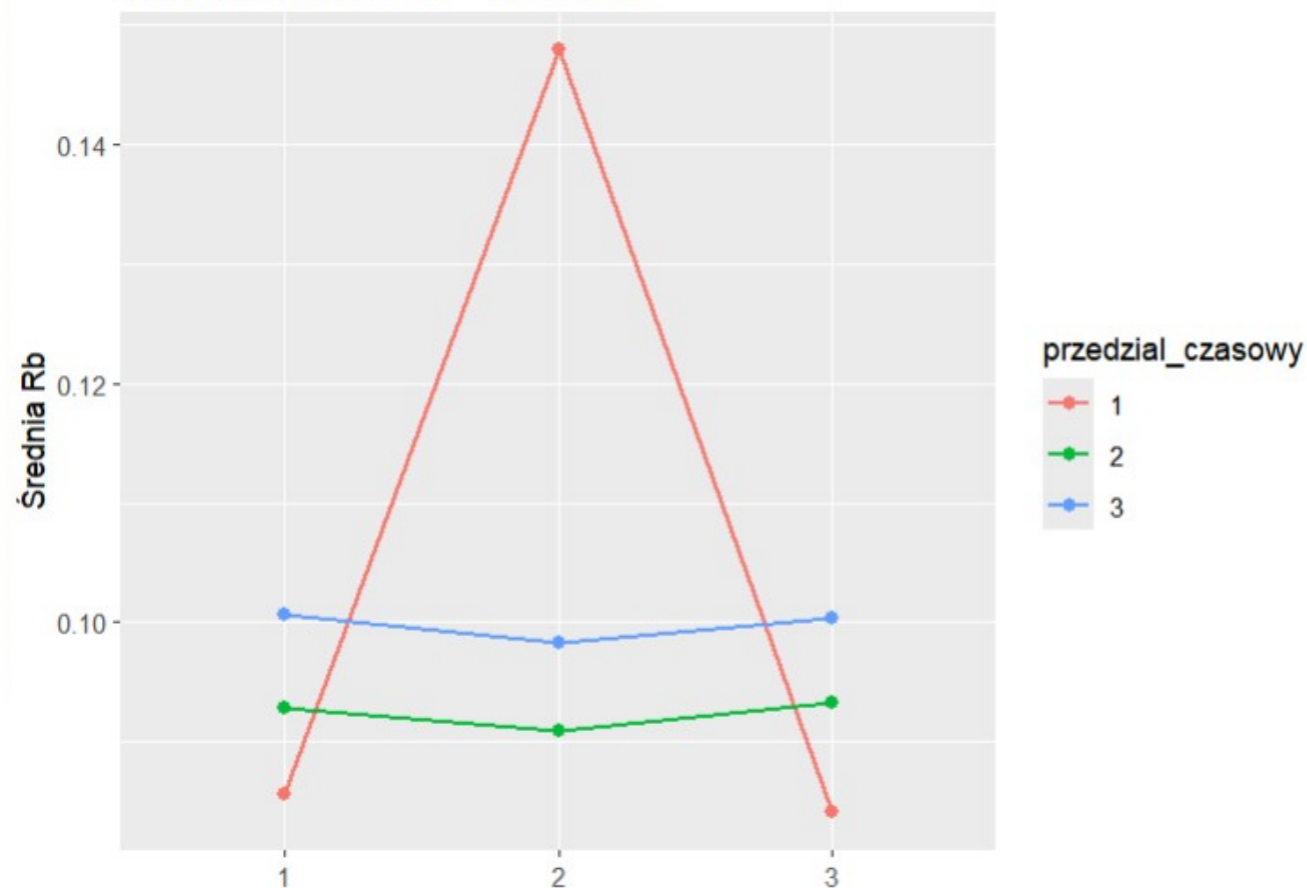


Violin: $\lambda \sim$ metoda

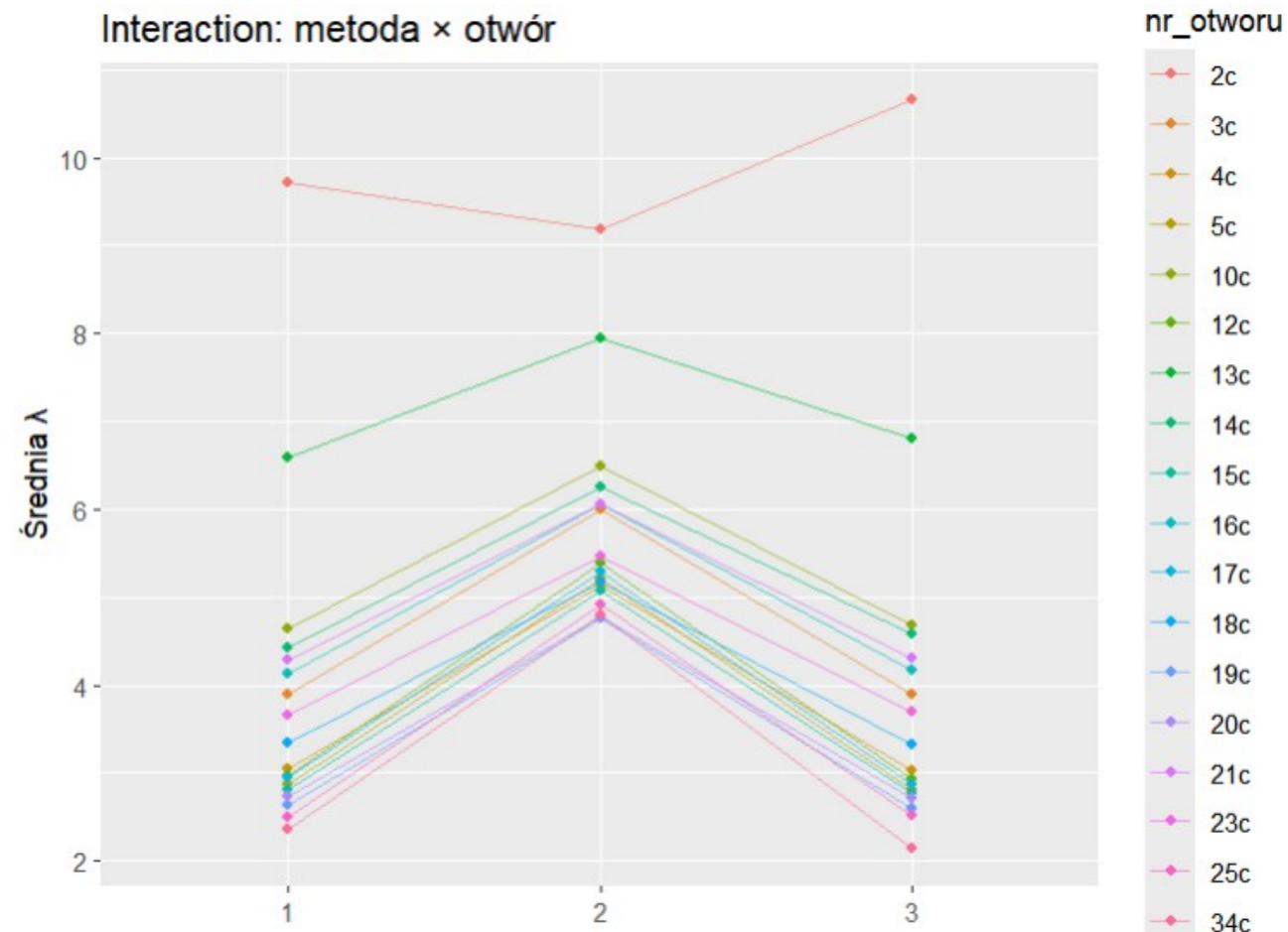


1 - metoda klasyczna; 2 - metoda punktowa; 3 - metoda stałej rezystywności otworu

Interaction: metoda × przedział



Interaction: metoda × otwór



1 - metoda klasyczna; 2 - metoda punktowa; 3 - metoda stałej rezystywności otworu

2. ANOVA (analiza wariancji)

- Niezbędna w tym celu jest zmienna zależna (oporność cieplna R_b / współczynnika przewodnictwa cieplnego λ) oraz zmienne niezależne (głębokość wymiennika, prędkość przepływu, moc jednostkowa, konstrukcja, metoda oraz przedział czasowy).
- Mieszany model ANOVA wykorzystuje się, ponieważ uwzględnia zmienność losową zachodzącą między otworami oraz ze względu na dysponowanie wynikami interpretacji TRT z wykorzystaniem trzech metod.

Analizowane modele

- Model bazowy: $\log(rb/\lambda) \sim \text{metoda} * \text{przedział czasowy} + (1 \mid \text{nr otworu})$
- Model VP: $\log(rb/\lambda) \sim \text{metoda} * \text{przedział czasowy} + (1 \mid \text{nr otworu}) + v_{\text{przeplywu}} + \text{moc jednostkowa}$
- Model HVP: $\log(rb/\lambda) \sim v_{\text{przeplywu}} + \text{moc jednostkowa} + \text{metoda} * \text{przedział czasowy} + (1 \mid \text{nr otworu}) + H$
- Model KVP: $\log(rb/\lambda) \sim v_{\text{przeplywu}} + \text{moc jednostkowa} + \text{metoda} * \text{przedział czasowy} + (1 \mid \text{nr otworu}) + \text{konstrukcja}$

Dla Rb wykonano:

- Porównanie modelu bazowego do modelu HVP
- Porównanie modelu bazowego do modelu VP
- Porównanie modelu VP do HVP
- Porównanie modelu VP do KVP

	npar	AIC	BIC	logLik	-2*log(L)	Chisq	Df	Pr(>Chisq)
m_base_ML	11	-635,47	-581,11	328,74	-657,47			
m_ext_HVP	14	-1095,95	-1026,76	561,98	-1123,95	466,48	3	< 2,2e-16

	npar	AIC	BIC	logLik	-2*log(L)	Chisq	Df	Pr(>Chisq)
m_base_ML	11	-635,47	-581,11	328,74	-657,47			
m_ext_VP	13	-1097,93	-1033,68	561,96	-1123,93	466,46	2	< 2,2e-16

	npar	AIC	BIC	logLik	-2*log(L)	Chisq	Df	Pr(>Chisq)
m_ext_VP	13	-1097,9	-1033,7	561,96	-1123,9			
m_ext_HVP	14	-1096,0	-1026,8	561,98	-1124,0	0,0265	1	0,8706

	npar	AIC	BIC	logLik	-2*log(L)	Chisq	Df	Pr(>Chisq)
m_ext_VP	13	-1097,9	-1033,7	561,96	-1123,9			
m_KVP	16	-1106,9	-1027,9	569,47	-1138,9	15,009	3	0,001809

4. Wnioski

- Po szczegółowej selekcji wyników interpretacji testów TRT wybrano 18 otworów o czterech różnych konstrukcjach, dla których wykonano 115 testów dla trzech różnych przedziałów czasowych oraz mocy jednostkowych. Otrzymano przeszło 1000 wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego oraz oporności cieplnej.
- Dla metody punktowej i przedziału czasowego 1-ego otrzymuje się zdecydowanie wyższe wartości w porównaniu z pozostałymi metodami i przedziałami czasowymi. Zaburza to w pewnym stopniu wyniki otrzymywane podczas przeprowadzonych analiz statystycznych jednak wartości te wynikają ze specyfiki metody.

4. Wnioski

- Posłużono się modelem mieszanych analiz wariacji (mixed ANOVA), ponieważ uwzględnia on zmienność losową między otworami oraz fakt, że dla każdego otworu dysponuje się wykonanymi kilkoma testami.
- Wyniki analizy pokazały, że dołożenie do modelu bazowego prędkości przepływu oraz mocy jednostkowej znacznie zwiększa jakość modelu. Głębokość nie ma statystycznie istotnego wpływu na zmienną zależną R_b .
- Najlepszym modelem okazuje się model KVP.



Dziękuję za uwagę!

V Seminarium Geoenergetyka i geotermalne pompy ciepła
9 – 11 grudnia 2025 r.